ENFOQUE BASADO EN PASIVIDAD PARA LA IDENTIFICACIÓN EN LAZO CERRADO DE UN SERVOMECANISMO DE CD

PASSIVITY BASED APPROACH FOR CLOSED-LOOP IDENTIFICATION OF A DC SERVOMECHANISM

R. Miranda[1], F. Ochoa[1]

[1]*Departamento de Posgrado, Sección de Mecatrónica, Universidad Politécnica de Victoria Av. Nuevas Tecnologías, Parque Científico y Tecnológico TECNOTAM, km. 5.5, Carr. Victoria Soto la Marina, CP. 87137, Cd. Victoria Tamaulipas, Tel. (834) 1720383, e-mail: rmirandac@upv.edu.mx, fernando.ochoa87@hotmail.com*

Resumen

Actualmente es bien sabido que la mayoría de los sistemas tienen que afrontar nuevos requerimientos relacionados con un mejor desempeño. Todos estos sistemas trabajan inherentemente en lazo cerrado, por lo que es importante poder desarrollar una ley de control que lleve a cabo las tareas que le sean impuestas al sistema con una mejora en su desempeño. Sin embargo, muchos de estos controladores requieren el valor de los parámetros del sistema, lo cual hace necesario el diseño de estrategias de identificación de parámetros. Además, como se mencionó anteriormente, debido a que estos sistemas se encuentran trabajando en lazo cerrado, es necesario el análisis de técnicas de identificación en lazo cerrado. En la literatura existen muchas técnicas para identificación en lazo cerrado, sin embargo, para la mayoría de dichas técnicas no es posible comprender de manera adecuada cómo hacer la sintonización de las ganancias del algoritmo que se emplea o, incluso, la técnica de identificación puede ser sensible al efecto de las señales de perturbación, lo cual puede llevar al efecto indeseable de deriva paramétrica. En este trabajo se toman en cuenta estos problemas y se diseña una técnica de identificación en lazo cerrado aplicada a un servomecanismo de CD empleando el enfoque basado en pasividad ya que, de esta manera, es posible distinguir un patrón de interconexiones que permite ver claramente cómo se encuentran conectados el sistema real y el algoritmo de identificación, lo cual permite ver la propiedades que debe tener este algoritmo, por ejemplo: propiedades entrada-salida, estabilidad y algunas propiedades estructurales. La convergencia de parámetros es probada teóricamente y los parámetros obtenidos se validan mediante el diseño de una ley de control óptimo y, además, se comparan con los obtenidos con un algoritmo de identificación de Mínimos Cuadrados estándar.

Palabras clave: Identificación en lazo cerrado, convergencia de parámetros, estabilidad

Abstract

Nowadays it is well known that most of the systems have to face new requirements related with a better performance. All these systems inherently work in closed-loop and then an important issue is to develop a control law which can accomplish the tasks the system is supposed to do with an improved performance. However, many of such controllers need the value of the system parameters, making necessary to develop parameter identification techniques. Besides, as it was mentioned, all the systems under consideration are working in closed-loop, which makes necessary to analyze closed-loop identification techniques. In the literature there are many techniques for closed-loop identification, however, for many of such techniques it is not possible to completely understand how to tune the gains of the algorithm employed or even the identification technique may be sensitive to the effect of perturbation signals, which may lead to the undesirable phenomena of parameter drift. In this work all these situations are taken into account and a closed-loop identification technique applied to a DC servomechanism is developed by using the passivity based approach because, in this way, it is possible to distinguish a pattern of interconnections which makes clear the way the real system is connected to the identification part, then, it let us see which properties this algorithm must have, for example, input-output properties, stability and some structural properties. The parameter convergence is proved theoretically and the parameters obtained are validated through the design of an optimal control and compared with those obtained with a standard Least-Squares identification technique.

Keyword: Closed-loop identification, parameter convergence, stability

Enfoque basado en Pasividad para la Identificación en Lazo Cerrado de un Servomecanismo de CD
Passivity based approach for closed-loop identification of a DC servomechanism

R Miranda [(1)], F. Ochoa

Abstract— **En este trabajo se presenta un procedimiento de identificación en lazo cerrado aplicado a un servomecanismo de CD operando en modo posición. El lazo de retroalimentación se cierra empleando una ley de control PID y se considera que el servomecanismo se encuentra afectado por una parturbación constante. Se demuestra de modo teórico la convergencia paramétrica y se realizan simulaciones para comparar la metodología propuesta con una estrategia de identificación con el método de Mínimos Cuadrados con factor de olvido. Finalmente se verifica la calidad de los parámetros identificados con ambos métodos empleando una ley de control LQR.**
1

I. INTRODUCTION

Actualmente es bien sabido que la mayoría de los sistemas tienen que afrontar nuevos requerimientos relacionados con un mejor desempeño. Todos estos sistemas trabajan inherentemente en lazo cerrado, por lo que es importante poder desarrollar una ley de control que lleve a cabo las tareas que le sean impuestas al sistema con una mejora en su desempeño. En este aspecto, se sabe que los servomecanismos son elementos de gran importancia en una ampia variedad de sistemas robóticos y mecatrónicos, en los cuales, de acuerdo a los avances en tecnología y nuevas aplicaciones requeridas, es indispensable contar con respuestas de gran rapidez y una presición elevada. En general, la mayoría de los controladores industriales emplean algoritmos del tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) para cerrar el lazo de retroalimentación cuando se tiene interés en el control de posición de un servomecanismo[**?**]. Sin embargo, aún cuando las leyes de control basadas en un PID sintonizado manualmente pueden presentar desempeños aceptables, los procedimientos de sintonización basados en el modelo pueden mejorar el desempeño en lazo cerrado del sistema considerado en lazo cerrado. Sin embargo, muchos de los controladores mencionados requieren conocer el valor de los parámetros del sistema, lo cual hace necesario el diseño de estrategias de identificación de parámetros.

En general, las técnicas de identificaciónde parámetros considera que el sistema al cual se ha de aplicar el procedimiento de identificación es estable en lazo abierto, lo cual es una desventaja en cierto tipo de sistemas, ya que en el caso del modelo lineal de un servomecanismo, si la variable de interés es la posición, entonces el modelo del sistema contiene un polo en el origen, lo cual hace que el sistema no sea BIBO estable, es decir, que una entrada acotada aplicada al servomecanismo no produciría una posición acotada. Un comportamiento de este tipo implica que, por cuestiones de seguridad, en casos como este no puede considerarse un proceso de identificación en lazo abierto. Desafortunadamente, la mayoría de las tecnicas de identificación que pueden hallarse en la literatura [1], [2] suponen un comportamiento estable de la planta, por lo que éstas no pueden aplicarse directamente en el proceso de identificación de un servomecanismo dedicado a control de posición.

En las referencias [3], [4], [5], [6] se proponen métodos de identificación en lazo cerrado para servomecanismos controlados en modo posición, donde para cerrar el lazo de retroalimentación se

[1]Universidad Politécnica de Victoria. Sección Mecatrónica. Av. Nuevas Tecnologías S/N.parque Científico y Tecnológico TECNOTAM, Km. 5.5 carretera Victoria-Soto la Marina, 87137, México. rmirandac@upv.edu.mx

emplea una ley de control lineal. En [3] se aplica la identificación de parámetros empleando un controlador proporcional de baja ganancia combinado con un algoritmo de identificación de Mínimos Cuadrados fuera de linea. En el método presentado en [4] se emplea un controlador lineal de dos grados de libertad para cerrar el lazo de retroalimentación; para la sintonización del controlador se usa la inercia del rotor y se ajusta el coeficiente de fricción viscosa y de Coulomb a cero. Posteriormente se aplica un algoritmo de Mínimos CUadrados fuera de linea para identificar los parámetros del sistema y se detiene el proceso hasta que el sistema alcanza un desempeño adecuado. En [5] se emplea un algoritmo de Mínimos Cuadrados Extendido Recursivo de Pasos Múltiples para identificar el modelo lineal en tiempo discreto de un servomecanismo. Para proveer de información al algoritmo de identificación se emplean las mediciones del voltaje de entrada y la posición del servomecanismo; además, se cierra el lazo de retroalimentación utilizando un controlador proporcional de baja ganancia. El enfoque presentado en [6] emplea una ley de control PD para cerrar el lazo de retroalimentación y se utiliza un algoritmo de identificación tipo gradiente para la estimación de parámetros de un modelo lineal del servomecanismo. Además de las técnicas mencionadas anteriormente, en el proceso de identificación de servomecanismos se utiliza ampliamente la técnica que hace uso de relevadores [7], [8]. La idea detras de dichos métodos es similar a la presentada en el proceso de sintonización de relevadores para el control de procesos [9], la cual consiste en cerrar el lazo de retroalimentación empleando un relevador de modo que se genere una oscilación autosostenida. Luego, se extrae la información de amplitud y frecuencia y se emplean dichos datos para la identificación de un modelo lineal, así como de modelos no lineales del servomecanismo.

Como se puede observar a partir de la revisión anterior, la mayoría de los procedimientos de identificación en lazo cerrado emplean controladores lineales . Las técnicas presentadas en [3], [4], [5] pueden considerarse como métodos de identificación directos [10], i.e., el procedimiento de identificación paramétrica se aplica sin considerar la estructura de la ley de control usada para cerrar el lazo de retroalimentación. El método propuesto en [6] corresponde al método indirecto, i.e., se toma en cuenta la estructura del controlador para el diseño del algoritmo de identificación. Además, la mayoría de las técnicas estudiadas en la literatura emplean el algoritmo de Mínimos Cuadrados, sin embargo, dicha técnica puede proveer parámetros estimados incorrectos si las perturbaciones que afectan al servomecanismo no tienen media cero, como es el caso de los pares de carga constantes o los voltajes parásitos que surgen en el amplificador que alimenta al motor. Por otro lado, las técnicas de identificación basadas en el relevador pueden dar resultados consistentes, pero tienen el inconveniente de que el proceso de sintonización del controlador puede ser bastante difícil. Además, algunas otras técnicas de identificación pueden requerir un conocimiento a priori de ciertas características de los parámetros del servomecanismo. Finalmente, ninguna de las técnicas presentadas anteriormente toma en cuenta de manera explícita las perturbaciones que pueden afectar al servomecanismo.

Un punto final que puede considerarse en el proceso de identificación es la manera en que se conforma el vector regresor cuando se diseña el algoritmo de identificación. Se sabe que este vector regresor está implicado directamente, en el caso de sistemas lineales, con la convergencia de los parámetros estimados en el proceso de identificación [13]. Si este vector satisface la condición de Excitación Persistente (EP), se asegura que el vector de error paramétrico convergerá a cero. Dicha propiedad es de gran importancia debido a que la ley de control que se emplea para estabilizar al sistema se encuentra relacionada, como se muestra en este artículo, con el vector regresor, por lo que cuando se considera el proceso de estabilización del sistema es importante poder considerar la estructura del controlador. En este punto es importante notar que, para sistemas complejos, muchas veces es importante analizar el proceso de control del sistema desde un punto de vista energético y, de modo particular, empleando una metodología basada en la pasividad del sistema [11]. La ventaja de un enfoque de este tiop es que los sistemas complejos pueden manejarse como un conjunto de subsistemas más sencillos. También, el enfoque es consistente con la estrategia de identificación, ya que para el proceso de identificación se emplean mediciones de

entrada y salida del sistema, mientras que el enfoque basado en pasividad es un enfoque entrada-salida, donde, además, pueden establecerse estrategias de estabilización del sistema sin necesidad de conocer ningún parámetro del mismo, lo cual es deseable en un proceso de identificación en lazo cerrado.

En este trabajo se toman en cuenta los problemas que se presentan en las técnicas de identificación analizadas anteriormente y se diseña una técnica de identificación en lazo cerrado aplicada a un servomecanismo de CD que opera en modo posición, empleando el enfoque basado en pasividad ya que, de esta manera, es posible distinguir un patrón de interconexiones que permite ver claramente cómo se encuentran conectados el sistema real y el algoritmo de identificación, pudiendo establecer así las propiedades que debe tener este algoritmo de identificación, por ejemplo: propiedades entrada-salida, estabilidad y algunas propiedades estructurales. Para cerrar el lazo de retroalimentación se emplea una ley de control PID. Se hace la comparación del algoritmo propuesto con una técnica de identificación empleando el algoritmo de Mínimos Cuadrados en tiempo continuo con factor de olvido. Posteriormente se prueba el desempeño de los parámetros identificados empleando una estrategia de control del tipo Regulador Cuadrático Lineal (LQR, por sus siglas en inglés). Algunos comentarios finales son agregados después del proceso de simulación para concluir el presente trabajo.

II. Descripción matemática del servomecanismo

Considérese un servomecanismo de corriente directa (CD) compuesto por un servomotor, un servoamplificador y codificador óptico para obtener las mediciones de posición. Además, se considera el uso de un filtro para obtener mediciones estimadas de la velocidad del servomecanismo por medio de las mediciones de posición. El modelo a considerar del servomecanismo de CD se expresa como:

$$J\ddot{q}\left(t\right) = -f\,\dot{q}\left(t\right) + ku\left(t\right) + p \tag{1}$$

donde $\ddot{q}\left(t\right)$ representa la aceleración del servomecanismo, $\dot{q}\left(t\right)$ la velocidad, $q\left(t\right)$ la posición, J la inercia, f el coeficiente de fricción viscosa, k la ganancia de entrada, la cual es función de la ganancia del amplificador que comanda al servomotor y p es una perturbación constante. Por simplicidad, en adelante se suprimirá la notación explícita de la dependencia del tiempo de las señales. El modelo anterior es válido tanto para servomotores de CD con escobillas como para servomotores de CD sin escobillas y motores de corriente alterna siempre que el servoamplificador que actúa a los servomotores trabaje en modo corriente. El modelo (1) puede reescribirse de la forma que se indica a continuación:

$$\ddot{q} = -a\dot{q} + bu + c \tag{2}$$

donde $a = -f/J$, $b = k/J$ y $c = p/J$.

La metodología que se empleará en el proceso de identificación se basa en el diagrama de bloques mostrado en la Fig. 01. La idea del algoritmo de identificación es la siguiente: Se tiene el servomecanismo de CD representado por Σ_1 en lazo cerrado con un controlador PID. De igual manera se maneja un modelo de dicho servomecanismo al cual se le aplica igualmente una ley de control PID, notando que ambos controladores emplean el mismo valor constante para sus ganancias proporcional (k_p), integral (k_i) y derivativa (k_d). Ambos sistemas son excitados por una señal de excitación que es de libre elección y, como se verá más adelante, debe satisfacer las condiciones de excitación persistente (EP). Las salidas del sistema real y del sistema estimado, así como sus derivadas respectivas, se restan para formar una señal de error, y su derivada, las cuales alimentan a un algoritmo de identificación que actualiza continuamente los parámetros del modelo del servomecanismo.

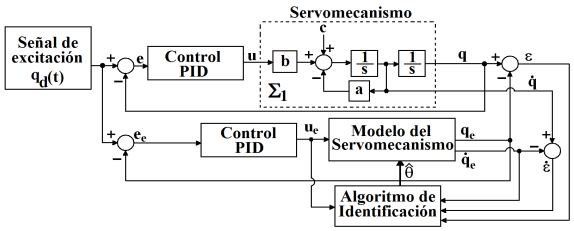

Figura 01. Diagrama de bloques del algoritmo de identificación

El primer paso en el análisis que se mostrará a continuación consistirá en mostrar cómo, sin el conocimiento de los parámetros del sistema, es posible estabilizarlo y, posteriormente, establecer tanto la dinámica del algoritmo de identificación,

como las condiciones que deben de satisfacerse para asegurar la convergencia de los parámetros estimados a su valor real.

III. Algoritmo de Identificación Paramétrica

A. Análisis de estabilidad del servomecanismo real

Al servomecanismo Σ_1 se le aplica la siguiente ley de control:

$$u = k_p e - k_d \dot{q} + k_i \omega_1 \tag{3}$$

donde $e(t) = q(t) - q_d(t)$ representa la señal de error, $q_d(t)$ la señal de referencia, $\omega_1(t) = \int_0^t e(\tau)\, d\tau$ la acción integral y las ganancias $\{k_p, k_d, k_i\}$ son constantes positivas. El sistema (2) en lazo cerrado con (3) lleva al siguiente sistema:

$$\ddot{q} = -\alpha \dot{q} + b k_p e + b k_i \omega_1 + c \tag{4}$$

donde $\alpha = (a + b k_d)$. Al derivar la ecuación (4) con respecto al tiempo se obtiene:

$$\dddot{q} = -\alpha \ddot{q} - b k_p \dot{q} - b k_i q + b k_i q_d + b k_p \dot{q}_d \tag{5}$$

Aplicando la transformada de Laplace al sistema (5) se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\left(s^3 + \alpha s^2 + b k_p s + b k_i\right) Q(s) = \left(b k_p s + b k_i\right) Q_d(s)$$

$$T(s) = \frac{Q(s)}{Q_d(s)} = \frac{b k_p s + b k_i}{s^3 + \alpha s^2 + b k_p s + b k_i} \tag{6}$$

donde $Q(s) = \mathcal{L}\{q(t)\}$, $Q_d(s) = \mathcal{L}\{q_d(t)\}$ y $\mathcal{L}\{\cdot\}$ representa el operador de Laplace. Al aplicar el criterio de Routh-Hurwitz al polinomio característico de (6) se obtiene:

s^3	1	$b k_p$
s^2	α	$b k_i$
s	$\frac{\alpha b k_p - b k_i}{\alpha}$	0
1	$b k_i$	

por lo que se concluye fácilmente que para que el sistema (4) sea estable debe satisfacerse la siguiente condición:

$$k_p > \frac{k_i}{\alpha} \tag{7}$$

B. Modelo estimado del servomecanismo

Una vez que se ha establecido la condición con respecto a la cual el sistema (1) en lazo cerrado con la ley de control PID (3) es estable, se introduce el siguiente modelo estimado del servomecanismo real:

$$\ddot{q}_e = -\hat{a} \dot{q}_e + \hat{b} u_e + \hat{c} \tag{8}$$

donde los parámetros $\left\{\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}\right\}$ representan los valores estimados de $\{a, b, c\}$, mientras que las señales $\{q_e(t), \dot{q}_e(t), \ddot{q}_e(t)\}$ representan los valores estimados de $\{q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)\}$. Además, la ley de control $u_e(t)$ se describe mediante:

$$u_e = k_p e_e - k_d \dot{q}_e + k_i \omega_2 \tag{9}$$

siendo $e_e = (q_d - q_e)$ el error estimado y la señal $\omega_2 = \int_0^t e_e(\tau)\, d\tau$. Nótese, como se mencionó anteriormente, que las leyes de control (3) y (9) emplean las mismas ganancias. De esta manera, el sistema (8) en lazo cerrado con (9) lleva al sistema:

$$\ddot{q}_e = -\hat{\alpha} \dot{q}_e + \hat{b} k_p e_e + \hat{b} k_i \omega_2 + \hat{c} \tag{10}$$

con $\hat{\alpha} = \left(\hat{a} + \hat{b} k_d\right)$. Nótese que aún cuando se ha establecido que el sistema en lazo cerrado (4) es estable, no puede establecerse la misma conclusión para el sistema (10) debido a que se trata de un sistema lineal variante en el tiempo. El análisis que se presenta a continuación muestra la deducción de la dinámica de error de ambos sistemas, realizando un análisis de estabilidad con argumentos basados en pasividad [11] y, a partir de dichos resultados, se establecerá el algoritmo de identificación que se aplicará y, además, se demostrará que el sistema en lazo cerrado (10) es estable.

C. Dinámica de error

Defínase la señal de error entre la salida del servomecanismo real y su modelo estimado como:

$$\epsilon = q - q_e \tag{11}$$

Al derivar dos veces con respecto al tiempo la señal de error $\epsilon(t)$ y empleando las ecuaciones (4)-(10) se obtiene la siguiente dinámica de error:

$$\ddot{\epsilon} = -\alpha \dot{\epsilon} - b k_p \epsilon - b k_i \omega + \tilde{\theta}^T \phi \tag{12}$$

donde:

$$\omega = \int_0^t \epsilon(\tau)\, d\tau, \tilde{\theta} = \begin{pmatrix} \hat{a} - a \\ \hat{b} - b \\ \hat{c} - c \end{pmatrix}, \phi = \begin{pmatrix} \dot{q}_e \\ -u_e \\ -1 \end{pmatrix} \tag{13}$$

siendo $\tilde{\theta}$ el vector de error paramétrico definido como la diferencia entre el vector de parámetros estimados $\hat{\theta} = \left(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}\right)^T$ y el vector de parámetros reales $\theta = (a, b, c)^T$, mientras que el vector $\phi(t)$ representa el denominado regresor.

D. Análisis de estabilidad

En adelante se emplearán los argumentos basados en pasividad para establecer la estabilidad de la dinámica de error descrita por la ecuación diferencial (12). Para ello considérese el vector $\mathbf{x} = (\epsilon, \dot{\epsilon}, \omega)^T$ y la función de almacenamiento siguiente:

$$H_1(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{M}\mathbf{x}, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} k_1 & \mu_1 & k_4 \\ \mu_1 & \frac{\mu_2}{2} & \mu_3 \\ k_4 & \mu_3 & k_6 \end{pmatrix} \tag{14}$$

con:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{bk_p\mu_2 + \alpha\mu_1 - \mu_3 - 2\mu_1\mu_2}{2} \\ k_4 &= \alpha\mu_3 + bk_i\mu_2 - 2\mu_2\mu_3 \\ k_6 &= bk_i\mu_1 + bk_p\mu_3 - 2\mu_1\mu_3 \end{aligned}$$

con $\mu_i > 0, i = 1, 2, 3$. Es posible demostrar que la matriz $\mathbf{M}$ es positiva definida siempre que se satisfagan las siguientes desigualdades:

$$k_p > \max\{l_i\}, i = 1, ..., 4 \tag{15}$$

$$l_1 = \frac{\mu_3 + \mu_1(2\mu_2 - \alpha)}{b\mu_2}, l_3 = \frac{2\alpha(2\mu_3 + \mu_1\mu_2)}{\alpha\mu_2 - 8\mu_1}$$

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{\mu_1(4\mu_1 + 2\mu_2^2 - \alpha\mu_2) + \mu_2\mu_3}{b\mu_2^2} \\ l_4 &= \frac{4\alpha^2 + 16\mu_2^2 + 22\mu_1 - 10\alpha b\mu_2}{5b} \end{aligned}$$

Calculando la derivada de la función de almacenamiento $H_1(\mathbf{x})$ a lo largo de las trayectorias de (12) es posible obtener la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \dot{H}_1 &= \left(\tilde{\theta}^T\phi\right)\mathbf{y} - \mathbf{y}^2 \\ &\quad -\epsilon^2\left(bk_p\mu_1 + 2\mu_2\mu_3 - bk_i\mu_2 - \mu_1^2\right) \\ &\quad -\dot{\epsilon}^2\left(\alpha\mu_2 - \mu_1 - \mu_2^2\right) - \omega^2\left(bk_i\mu_3 - \mu_3^2\right) \end{aligned}$$

donde $\mathbf{y} = (\mu_1\epsilon + \mu_2\dot{\epsilon} + \mu_3\omega)$. De esta manera, si se satisfacen las desigualdades:

$$k_i > \frac{\mu_3}{b}, k_p > \frac{\mu_1^2 - bk_i\mu_2}{b\mu_1}, \mu_1 < \alpha\mu_2 - \mu_2^2 \tag{16}$$

se obtiene finalmente:

$$\dot{H}_1 < \left(\tilde{\theta}^T\phi\right)\mathbf{y} - \mathbf{y}^2$$

por lo que se concluye que la dinámica de error (12) describe un mapeo estrictamente pasivo a la salida (OSP) establecido como:

$$\tilde{\theta}^T\phi \rightarrow \mathbf{y}$$

Ahora se busca establecer una ley de adaptación de parámetros para el sistema. En este punto es importante notar que, debido a la propiedad OSP establecida anteriormente, es natural considerar un sistema cuya salida sea la entrada del sistema (12) y donde la salida de (12) sea la entrada de dicho nuevo sistema. Por lo tanto, es natural considerar el siguiente sistema:

$$\dot{\hat{\theta}} = \dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma\phi\mathbf{y} \tag{17}$$

donde $\Gamma \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $\Gamma = \Gamma^T > 0$. Asociada a la ley de adaptación de parámetros (17) se considera la siguiente función de almacenamiento:

$$H_2\left(\tilde{\theta}\right) = \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta} \tag{18}$$

Calculando la derivada de la función de almacenamiento (18) a lo largo de las trayectorias de (17) se obtiene:

$$\dot{H}_2 = (\mathbf{y})\left(-\tilde{\theta}^T\phi\right)$$

por lo que se concluye de modo inmediato que el sistema (17) describe el siguiente mapeo pasivo:

$$\mathbf{y} \rightarrow -\tilde{\theta}^T\phi$$

De acuerdo al análisis anterior, es posible considerar la interconexión en retroalimentación negativa siguiente:

$$\sum \begin{cases} \ddot{\epsilon} = -\alpha\dot{\epsilon} - bk_p\epsilon - bk_i\omega + \tilde{\theta}^T\phi \\ \dot{\hat{\theta}} = -\Gamma\phi\mathbf{y} \end{cases} \tag{19}$$

la cual describe un mapeo OSP con $\mathbf{y} \in L_2$. Además, nótese que considerando la expresión de

$\mathbf{y}$, es claro que $\epsilon(t)$ corresponde a la salida de un sistema lineal exponencialmente estable cuya entrada $\mathbf{y}(t)$ pertenece al espacio L_2, por lo cual se deduce que [12]:

$$\epsilon(t) \underset{t\to\infty}{\to} 0$$

Ahora, considerando la función de Lyapunov:

$$V_1 = H_1 + H_2$$

es fácil demostrar siguiendo el procedimiento anterior y considerando las desigualdades (15) y (16) que $V_1 \leq 0$, con lo cual se demuestra que las señales $\left\{\epsilon, \dot{\epsilon}, \omega, \tilde{\theta}\right\} \in L_\infty$, i.e., son acotadas y, por lo tanto, debido a que el sistema (4) es estable se deduce que las señales $\{q_e, \dot{q}_e, \ddot{q}_e, \phi, \ddot{\epsilon}\}$ también son acotadas, por lo que el sistema estimado en lazo cerrado (10) es estable, como se deseaba demostrar. Igualmente, es posible demostrar por medio de la derivada de la función de Lyapunov que las señales $\{\dot{\epsilon}, \omega\}$ pertenecen al espacio L_2, y debido a que dichas señales también son acotadas, es posible concluir que:

$$\{\dot{\epsilon}, \omega\} \underset{t\to\infty}{\to} 0$$

A partir del análisis realizado anteriormente es posible establecer el siguiente resultado.

Proposition 1: Considérense los sistemas en lazo cerrado (4) y (10) y asúmase que se satisfacen las desigualdades (15) y (16). Si se emplea el algoritmo de identificaión de parámetros (17) entonces (4) y (10) son estables, todas las señales involucradas permanecen acotadas y:

$$\{\epsilon, \dot{\epsilon}, \omega\} \underset{t\to\infty}{\to} 0 \tag{20}$$

Aún cuando en el resultado anterior se ha concluido el acotamiento de todas las señales y cómo $\{\epsilon, \dot{\epsilon}, \omega\}$ tienden a cero, aún no se ha establecido ninguna condición bajo la cual los parámetros estimados tiendan a cero, lo cual es el objetivo de la siguiente sección.

IV. Convergencia de parámetros

Un resultado bien conocido en el ámbito de identificación paramétrica es el hecho de que el vector de error de parámetros $\tilde{\theta}(t)$ tiende a cero siempre que se satisfaga la condición de EP con respecto al vector regresor. El análisis que se establece a continuación muestra cuáles son las condiciones que deben de cumplirse para que esta condición se satisfaga. Primero, nótese que el vector regresor del sistema $\phi(t)$ contiene señales que pertenecen al modelo estimado del servomecanismo, por lo cual, de modo inicial, considérese el vector regresor $\phi_1(t)$ que se relaciona directamente con el servomecanismo real (4) descrito por:

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -u \\ -1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

Empleando argumentos similares a los que se presentan en [13] es posible establecer que si la señal de referencia $q_d(t)$ aplicada al servomecanismo real cumple con las condiciones de EP, entonces el vector regresor $\phi_1(t)$ será de EP. Entonces, considerando (20) es posible concluir que $\phi(t) \to \phi_1(t)$ cuando $t \to \infty$, es decir, el vector regresor tiende a convertirse en un vector que satisface las condiciones de excitación persistente, por lo cual se concluye que, de acuerdo a lo establecido en [13], el vector de error de parámetros tiende a cero, es decir

$$\tilde{\theta}(t) \underset{t\to\infty}{\to} 0$$

como se deseaba demostrar, por lo tanto la prueba de convergencia paramétrica queda establecida.

A. Diseño de una ley de control óptimo

Debido a que el proceso de identificación propuesto puede llevarse a cabo en linea, es posible no solo realizar el proceso de identificación de parámetros, sino también el diseñar una ley de control con base en el conocimiento de los parámetros estimados en el proceso de identificación. Con dicho objetivo en mente considérese el vector de estados $\mathbf{x}_1 = (q, \dot{q})^T$, entonces el sistema (1) tiene la siguiente representación en el espacio de estados:

$$\begin{gathered} \dot{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \mathbf{x}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u + c \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_1 \end{gathered} \tag{22}$$

Considérese la señal de error $e_r = q - q_d$, con q_d una referencia constante, y el nuevo vector de error $\mathbf{e} = \left(e, \dot{e}, \int_0^t e d\tau\right)^T$, es posible obtener la siguiente dinámica de error:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{e} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix} \tag{23}$$

Considérese el siguiente índice de desempeño cuadrático:

$$J(\mathbf{e}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left[e^T(t) Q_1(t) e(t) + u^T(t) Q_2(t) u(t) \right] dt \tag{24}$$

con:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \delta & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{bmatrix}, Q_2 = \kappa, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -b \end{bmatrix}$$

donde γ, δ, η se emplean como valores que dan peso a los estados e_1, e_2 y e_3 respectivamente, mientras que κ se emplea para dar peso a la magnitud de la señal de control u. Considérese la matriz $S(t)$ dada por:

$$S(t) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \tag{25}$$

De esta manera, la ley de control óptimo para el sistema está dada por:

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -Q_2^{-1} B^T(t) S(t) e(t) \\ &= -Le(t) \end{aligned} \tag{26}$$

donde:

$$\begin{aligned} L &= Q_2^{-1} B^T(t) S(t) \\ &= \frac{1}{\kappa} \begin{bmatrix} 0 & b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \\ &= \frac{\kappa}{q} \begin{bmatrix} S_{12} & S_{22} & S_{23} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{27}$$

siendo la ecuación diferencial de Riccati establecida mediante:

$$-\frac{dS(t)}{dt} = \dot{S} = Q_1 + A^T S + SA - SBQ_2^{-1} B^T S \tag{28}$$

Se considera la solución en estado estable$\dot{S} = 0$, por lo que es posible obtener la siguiente solución:

$$\begin{aligned} S_{11} &= -S_{23} + aS_{12} + \frac{b^2}{\kappa} S_{12} S_{22} \\ S_{12} &= \sqrt{\frac{\kappa}{b^2} (\gamma + 2S_{13})} \\ S_{13} &= aS_{23} + \frac{b^2}{\kappa} S_{22} S_{23} \\ S_{22} &= \frac{-2a\kappa + \sqrt{4a^2\kappa^2 + 4b^2\kappa(\delta + 2S_{12})}}{2b^2} \\ S_{23} &= \frac{\sqrt{\eta\kappa}}{b} \\ S_{33} &= \frac{b^2}{\kappa} S_{12} S_{23} \end{aligned} \tag{29}$$

Por lo tanto, la ley de control óptimo a emplear será:

$$u(t) = -Le(t) = -\frac{b}{\kappa} \left[e_1 S_{12} + e_2 S_{22} + e_3 S_{23} \right] \tag{30}$$

V. Simulación de algoritmos de identificación

En esta sección se describen las características consideradas para la prueba del algoritmo de identificación. El método de identificación se probó en un modelo de un servomecanismo de CD debido a que estos dispositivos son ampliamente usados en muchas aplicaciones reales como lo es, por ejemplo, el campo de la robótica, por lo tanto, el entendimiento de sistemas como este es de gran importancia.

Para realizar el proceso de simulación se empleó el *software* Matlab/Simulink. La frecuencia del periodo de muestreo seleccionada fue de $1\,ms$, mientras que la señal de excitación se creó empleando el bloque *Band Limited White Noise* de Simulink. Se eligió dicha señal ya que ésta satisface la condición de EP requerida en el análisis teórico para asegurar la convergencia de parámetros a sus valores reales. Los parámetros de dicho bloque se ajustaron de la siguiente manera: *Noise Power* $= 0.005$, *seed* $[1212121]$ y *Sampling time* $= 0.1\ s$.

Para la prueba del algoritmo de identificación propuesto se considera el método de identificación

de Mínimos Cuadrados con factor de olvido continuo para hacer una comparación de desempeño. La comparación con dicha técnica se consideró debido a su amplio uso en diversas aplicaciones de identificación. El método de Mínimos Cuadrados, así como su aplicación para un servomecanismo de CD se analizan en el Apéndice A.

Los valores empleados en el proceso de simulación con el algoritmo de Mínimos Cuadrados fueron: $P(0) = diag\{200, 200, 200\}$, factor de olvido $\beta = 0.999$. Los valores de inicialización para los parámetros estimados fueron de cero. Para cerrar el lazo de retroalimentación se empleó el mismo controlador PD establecido en la técnica de identificación propuesta con las ganancias: $k_p = 10$, $k_d = 0.1$ y $k_i = 1$.

Para el algoritmo de identificación propuesto se emplearon los siguientes valores: $\Gamma = diag\{100, 50, 10\}$, $\mu_1 = 3$, $\mu_2 = 1$, $\mu_3 = 2.5$. Los parámetros considerados en el modelo del servomecanismo de CD fueron: $a = 1$, $b = 250$.

Los experimentos de identificación se realizaron considerando una señal de perturbación constante $c = 0.5$. Dicha señal de perturbación puede entenderse en un modo real como una perturbación de carga con la que cuente el servomecanismo considerado, aunque también se puede presentar una perturbación como esta cuando el amplificador que gobierna el motor se encuentra desbalanceado.

VI. Conclusión

Este artículo presenta una técnica de identificación de parámetros para un servomecanismo lineal con una señal de perturbación constante, donde dicho servomecanismo opera en lazo cerrado empleando una ley de control PID. Dicho controlador estabiliza el servomecanismo sin necesidad de conocer los parámetros del mismo y permite realizar el proceso de identificación en lazo cerrado aún cuando este presente dicha señal de perturbación. La ventaja de la configuración seleccionada es que permite elegir como señal de excitación del sistema cualquiera que satisfaga las condiciones de EP requeridas en el proceso de identificación. Se demuestra que el algoritmo de identificación propuesto identifica correctamente los parámetros del sistema aún cuando se presente la señal de perturbación, sin sufrir alteraciones relevantes, a diferencia del algoritmo de LS, el cual presenta ciertas variaciones cuando se presenta dicha perturbación.

Appendix

descrito mediante el siguiente conjunto de ecuaciones [1]:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + L(k)e_{LS}(k) \\
L(k) &= \left[\lambda + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)\right]^{-1} P(k-1)\phi(k) \\
P(k) &= \lambda^{-1}\left[P(k-1) - \right. \\
&\quad - \frac{P(k-1)\phi(k)\phi^T(k)P(k-1)}{\lambda(k) + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \\
e_{LS}(k) &= z(k) - \phi(k)\hat{\theta}(k)
\end{aligned}$$

Para aplicar este método se considera el servomecanismo real y se cierra el lazo de retroalimentación aplicando la técnica del relevador cmoo se indica en la Fig. 02. Se obtiene un modelo de regresión siguiendo el mismo procedimiento descrito en [13] mediante el filtrado de la ntrada y la salida del servomecanismo.

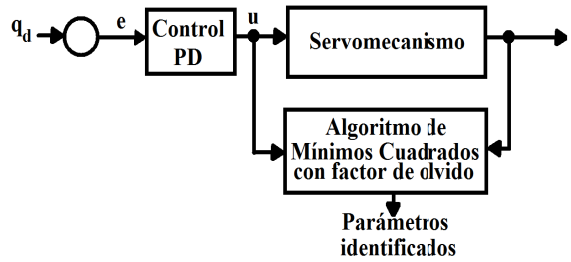

Figura 02. Diagrama de bloques de la implementación del algoritmo de LS con factor de olvido

A continuación se describe la forma en que se aplica el método de LS para la identificación del servomecanismo. En la Fig. A-01 se muestra el diagrama de bloques que describe la aplicación del método. El primer paso consiste en filtrar el sistema (1) para obtener un vector regresor formado por las señales filtradas de $q(t)$. Al aplicar la transformada de Laplace a (1) se obtiene:

$$\begin{aligned}
(s^2 + as)\,Q(s) &= bU(s) + C(s)\,(s^2 + as)\,Q(s) \\
&= bU(s) + C(s)
\end{aligned} \tag{31}$$

donde $Q(s) = \mathcal{L}\{q(t)\}$, $U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$ y $C(s) = \mathcal{L}\{c\}$ corresponden a las transformadas de

Laplace de $q(t)$, $u(t)$ y c, respectivamente. Defínase el polinomio mónico:

$$\lambda(s) = s^2 + \lambda_1 s + \lambda_2 \tag{32}$$

Sumando $\lambda(s)Q(s)$ en ambos lados de (31) se obtiene:

$$\begin{aligned} \lambda(s)Q(s) &= (\lambda_1 - a)\, sQ(s) \\ &+ \lambda_2 Q(s) + bU(s) + C(s) \end{aligned} \tag{33}$$

que puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \lambda_2\left(1 - \tfrac{\lambda_2}{\lambda(s)}\right)Q(s) &= (\lambda_1 - a)\tfrac{s\lambda_2}{\lambda(s)}Q(s) \\ &+ \tfrac{b\lambda_2}{\lambda(s)}U(s) + \tfrac{\lambda_2}{\lambda(s)}C(s) \end{aligned} \tag{34}$$

Defínanse las señales:

$$Z(s) = \lambda_2\left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda(s)}\right)Q(s), \alpha = \lambda_1 - a \tag{35}$$

entonces se obtiene:

$$Z(s) = \alpha\frac{\lambda_2 s}{\lambda(s)}Q(s) + b\frac{\lambda_2}{\lambda(s)}U(s) + \frac{\lambda_2}{\lambda(s)}C(s) \tag{36}$$

La ecuación (36) se puede expresar en el dominio del tiempo como:

$$z(t) = \theta_{LS}^T \phi_{LS}$$

donde:

$$z(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Z(s)\}, c_f = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\lambda_2}{\lambda(s)}C(s)\right\} \tag{37}$$

$$\theta_{LS} = \begin{pmatrix} \alpha \\ b \\ c_f \end{pmatrix}, \phi_{LS} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\lambda_2 s}{\lambda(s)}Q(s)\right\} \\ \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\lambda_2}{\lambda(s)}U(s)\right\} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{38}$$

Nótese que $z(t)$ y las entradas de ϕ_{LS} son versiones filtradas de q, por lo que dichas señales se encuentran disponibles para propósitos de identificación. Además, debido a que c es constante, se concluye que $c_f \to c$ cuando $t \to \infty$. El algoritmo de LS con factor de olvido puede describirse mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{gathered} z = \theta^T \phi_{LS} \\ \hat{z} = \hat{\theta}^T \phi_{LS} \\ \epsilon_{LS} = z - \hat{z} = -\tilde{\theta}_{LS}^T \phi_{LS} \\ \dot{\hat{\theta}}_{LS} = P\phi_{LS}\epsilon_{LS} \\ \dot{P} = \begin{cases} \beta P - P\phi_{LS}\phi_{LS}^T P & , \text{ si } \|P(t)\| \le R_0 \\ 0 & , \text{ en otro caso} \end{cases} \\ \beta > 0, R_0 > 0, \|P(0)\| \le R_0 \end{gathered}$$

donde $P_o = P(0) = P_0^T > 0$, $\hat{\theta}_{LS}$ es el estimado de θ, P es la matriz de ganancia, ϵ_{LS} es el error de identificación y β el factor de olvido. Nótese que el algoritmo provee un estimado de α dado por $\hat{\alpha} = \lambda_1 - a$, por lo que una vez estimado α se determina $\hat{a}$ mediante $\hat{a} = \lambda_1 - \hat{\alpha}$.

REFERENCES

[1] Nelles, Oliver, ”Nonlinear system identification”, Ed. Springer Verlag, 2001

[2] L. Ljung, ”System Identification”, Ed. Prentice Hall, 1987

[3] E. J. Adam, E.D. Guestrin, "Identification and robust control for an experimental servomotor", *ISA Transactions*, vol. 41, no. 2, pp. 225-234, 2002.

[4] T. Iwasaki, T. Sato, A. Morita, M. Maruyama, "Autotuning of two degree of freedom motor control for high accuracy trajectory motion", *Control Eng. Practice*, vol. 4, no. 4, pp.537-544, 1996.

[5] Y. Zhou, A. Han, S. Yan, X. Chen, "A fast method for online closed loop system identification", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 31, no. 1-2, pp. 78-84, 2006.

[6] Garrido, R., R, Miranda. Autotuning of a DC Servomechanism using Closed Loop Identification. IEEE 32nd Annual Conference on Industrial Electronics, IECON 2006. Paris, France, October 7-10, 2006.

[7] K. K. Tan, T.H. Lee, S.N. Huang, X. Jiang, "Friction modeling and adaptive compensation using a relay feedback approach", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 48, no.1, pp. 169-176,2001.

[8] A. Besançon-Voda, G. Besançon, "Analysis of a two-relay system configuration with application to Coulomb friction identification", *Automatica*, vol. 35, no. 8, pp. 1391-1399,1999.

[9] K. J. Åström, T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, 2nd ed., *International Society for Measurement and Control*, 1994

[10] U. Forsell, L. Ljung, "Closed loop identification revisited", *Automatica*, vol. 35, no. 7, pp. 1215-1241, 1999.

[11] Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P. J., R., H. Sira, ”Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems”, Springer Verlag, London, Ltd., 1998.

[12] Desoer, C. A., Vidyasagar, M., ”Feedback Systems: Input-Output Properties”, Academic Press, New York, 1975

[13] Sastry, S., Bodson, M., ”Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness”, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989

[14] Huang, J. T., ”Parametric identification for Second-Order nonlinear systems in closed-loop operations”, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 128, pp. 686-690